

Stabilisation des systèmes descripteurs interconnectés de type Takagi-Sugeno

Dalel JABRI^{1,2}, Kevin GUELTON¹, Nouredine MANAMANNI¹, Mohamed Naceur ABDLKRIM²

¹UFR Sciences, CReSTIC URCA Moulin de la Housse BP103 51687 Reims Cedex2

²Unité de Recherche MACS, Université de Gabès, Route Médenine, 6029 Gabès, Tunisie

{dalel.jabri; kevin.guelton; noureddine.manamanni@univ-reims.fr}

Résumé – Dans cet article, on s'intéresse à la synthèse de lois de commande décentralisées pour les systèmes de grande dimension représentés par un ensemble de descripteurs de type Takagi-Sugeno interconnectés. Basées sur une fonction candidate floue de Lyapunov, des conditions suffisantes garantissant la stabilité en boucle fermée de l'ensemble à commander sont écrites sous la forme d'Inégalités Linéaires Matricielles. Un exemple numérique est proposé pour illustrer l'efficacité de l'approche proposée.

Abstract – This paper deals with a decentralized controller design methodology for a class of large scale systems represented by a set of interconnected Takagi-Sugeno descriptors. Based on a fuzzy Lyapunov candidate function, some sufficient conditions, ensuring the whole closed-loop stability, are provided in terms of Linear Matrix Inequalities. A numerical example is then proposed to illustrate the efficiency of the proposed approach.

1. Introduction

De nos jours, plusieurs systèmes dynamiques du domaine de l'électronique de puissance, nucléaire, aérospatial, économique, robotique... sont classés dans la catégorie des systèmes complexes du point de vue de leur configuration physique, considérablement non linéaires et de grande dimension. De plus en plus, pour la modélisation et le contrôle de ces systèmes dits également de grande dimension, on a recourt à une décomposition en sous-systèmes non linéaires interconnectés entre eux. Cela permet d'appréhender facilement la résolution des problèmes tels que la stabilité, la stabilisation et la synthèse de loi de commande en répondant de manière plus sûre aux performances souhaitées et en assurant la sécurité globale du système; élément incontournable pour les systèmes de grande dimension. Cependant, lors de l'étape de la modélisation, les méthodes classiques peuvent être compliquées et difficiles à appliquer sur ces systèmes complexes puisqu'elles utilisent des simplifications et des approximations qui influencent la validité des modèles mathématiques associés aux systèmes physiques. La modélisation floue constitue une méthode capable d'approximer fidèlement les systèmes non linéaires [1]. Particulièrement, le modèle flou de Takagi-Sugeno (T-S), qui combine la flexibilité de la logique floue et la capacité d'analyse mathématique rigoureuse, est utilisé récemment afin de modéliser, stabiliser et commander cette classe des systèmes. L'approche de commande décentralisée peut être une alternative intéressante pour traiter de la stabilisation des systèmes de grande dimension [2][3][4][5][6]. Nous nous intéressons dans ce travail à l'établissement de conditions de stabilité pour les classes des descripteurs non linéaires sous forme d'Inégalité Linéaires Matricielles (LMI). En effet, la commande décentralisée des descripteurs est peu traitée dans la littérature [7][9]. Ce travail vise à développer de nouvelles approches et à étendre les conditions de stabilité pour la classe des descripteurs T-S interconnectés basées sur une fonction floue candidate de Lyapunov. Cet article est organisé comme suit : tout d'abord, la classe des systèmes descripteurs décentralisés de type T-S ainsi que la loi de commande PDC sont

présentées. Ensuite, les conditions de stabilisation sont établies en termes de LMI. Enfin, un exemple numérique est proposé pour illustrer l'efficacité de l'approche développée.

2. Définition du problème de commande décentralisée

Soit un ensemble S de n systèmes descripteurs flous de type T-S S_i interconnectés et décrits par :

Pour $i = 1, \dots, n$,

$$\sum_{j=1}^{l_i} v_i^j(z_i) E_i^j \dot{x}_i(t) = \sum_{k=1}^{r_i} h_i^k(z_i) \left\{ A_i^k x_i(t) + B_i^k u_i(t) + \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq i}}^n F_{i\alpha}^k x_\alpha(t) \right\} \quad (1)$$

où $x_i(t) \in \mathbb{R}^{n_i}$, $u_i(t) \in \mathbb{R}^{m_i}$ et $z_i(t) \in \mathbb{R}^{p_i}$ sont respectivement les vecteurs d'état, de commande et de prémisses associés au $i^{\text{ème}}$ modèle. $x_\alpha(t) \in \mathbb{R}^{n_\alpha}$ est le vecteur d'état du $\alpha^{\text{ème}}$ modèle avec $\alpha = 1, \dots, n$ et $\alpha \neq i$. l_i est le nombre de règles floues associées au membre gauche de l'équation d'état (1). Ainsi, pour $j = 1, \dots, l_i$ on a $E_i^j \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$ des matrices à coefficients constants, le cas échéant singulières et, $v_i^j(z_i) \geq 0$ les fonctions d'appartenances vérifiant la propriété de somme convexe

$\sum_{j=1}^{l_i} v_i^j(z_i) = 1$. De même, r_i représente le nombre de règles floues associées au membre droit de (1). Ainsi, pour $k = 1, \dots, r_i$ on a $A_i^k \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$, $B_i^k \in \mathbb{R}^{n_i \times m_i}$ et $F_{i\alpha}^k \in \mathbb{R}^{n_i \times n_\alpha}$ des matrices à coefficients constants et $h_i^k(z_i) \geq 0$ les fonctions d'appartenances vérifiant la propriété de somme convexe $\sum_{k=1}^{r_i} h_i^k(z_i) = 1$. Notons que le terme $\sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq i}}^n F_{i\alpha}^k x_\alpha(t)$

exprime l'influence du système α sur la dynamique du système i . Enfin, chaque sous-système descripteur S_i est supposé défini et non impulsif [8].

Afin d'assurer la stabilisation du système S dans son ensemble, une approche PDC (Parallel Distributed Compensation) décentralisée est proposée. L'idée est de synthétiser un ensemble de n lois de commande PDC garantissant la stabilité intrinsèque de chaque sous système S_i tout en tenant compte de ses interactions avec les autres systèmes constituant le système complexe à étudier. On rappelle qu'on utilise la même structure d'interconnexion floue pour la loi de commande de type PDC et pour le modèle flou T-S pour lequel elle est synthétisée. Ainsi, pour chaque descripteur S_i , une loi de commande décentralisée de type PDC est décrite par :

Pour $i = 1, \dots, n$:

$$u_i(t) = \sum_{j=1}^{l_i} \sum_{s=1}^{r_i} v_i^j(z_i) h_i^s(z_i) K_i^{js} X_{i1}^{-1} x_i(t) \quad (2)$$

La dynamique de la boucle fermée du système S , décrit par (1), avec l'ensemble des n lois de commande PDC (2), peut être exprimée par :

Pour $i = 1, \dots, n$:

$$\sum_{j=1}^{l_i} v_i^j(z_i) E_i^j \dot{x}_i(t) = \left\{ \begin{array}{l} \left(A_i^k + B_i^k K_i^{js} X_{i1}^{-1} \right) x_i(t) \\ + \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq i}}^n F_{i\alpha}^k x_\alpha(t) \end{array} \right\} \quad (3)$$

L'objectif est de réaliser la synthèse de l'ensemble des gains K_i^{js} , $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, l_i$ et $s = 1, \dots, r_i$, assurant la stabilité de l'ensemble des systèmes interconnectés en boucle fermée décrits par (3) en se basant sur une fonction floue candidate de Lyapunov. Les résultats obtenus sous forme LMI font l'objet de la section suivante.

3. Conditions LMIs pour la stabilisation

Dans la suite de cet article, nous utiliserons les notations suivantes afin d'alléger les écritures mathématiques :

$$E_i^v = \sum_{j=1}^{l_i} v_i^j(z_i) E_i^j, Y_i^{hh} = \sum_{j=1}^{l_i} \sum_{k=1}^{l_i} h_i^j(z_i) h_i^k(z_i) Y_i^{jk},$$

$$T_i^{vhh} = \sum_{j=1}^{l_i} \sum_{s=1}^{r_i} \sum_{k=1}^{r_i} v_i^j(z_i) h_i^s(z_i) h_i^k(z_i) T_i^{jsk}, \text{ ainsi de suite...}$$

De plus, le temps t sera omis pour plus de clarté des expressions.

Le lemme suivant sera utile à la démonstration des résultats proposés par la suite.

Lemme 1 [10] :

Soient deux matrices A et B de dimensions appropriées et un scalaire $\varepsilon > 0$:

$$A^T B + B^T A \leq \varepsilon A A + \varepsilon^{-1} B B \quad (4)$$

Le résultat principal de cette étude est résumé dans le théorème suivant :

Théorème 1 :

L'ensemble S des n systèmes descripteurs T-S interconnectés S_i décrits par (1) est asymptotiquement stabilisé en boucle fermée via le réseau de n lois de commande PDC décentralisées défini par (2) s'il existe, pour toutes les combinaisons $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, l_i$, $k = 1, \dots, r_i$, $s = 1, \dots, r_i$, des scalaires positifs $\rho_{li}^k > 0$, $\rho_{2i}^k > 0$, ..., $\rho_{ni}^k > 0$ (privés de ρ_{ii}^k) et des matrices $X_{i1} = (X_{i1})^T > 0$, X_{i3}^{ks} , X_{i4}^{ks} et K_i^{js} vérifiant les conditions LMI données par :

$$\left(\begin{array}{c|ccc} \Omega_i^{jks} & & & (*) \\ \hline \tilde{X}_i^{jks} & -\rho_{li}^k I & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & -\rho_{2i}^k I & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \tilde{X}_i^{jks} & 0 & \dots & 0 & -\rho_{ni}^k I \end{array} \right) < 0 \quad (5)$$

$$\text{avec } \tilde{X}_i^{jks} = \begin{bmatrix} X_{i1} & 0 \\ X_{i3}^{ks} & X_{i4}^{ks} \end{bmatrix},$$

$$\Omega_i^{jks} = \left(\begin{array}{c} (X_{i3}^{ks})^T + X_{i3}^{ks} \quad (*) \\ \left((X_{i4}^{ks})^T + A_i^k X_{i1} \right) \left(- (X_{i4}^{ks})^T (E_i^j)^T - E_i^j X_{i4}^{ks} \right) \\ \left(+ B_i^k K_i^{js} - E_i^j X_{i3}^{ks} \right) \left(+ \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq i}}^n \rho_{i\alpha}^k F_{i\alpha}^k (F_{i\alpha}^k)^T \right) \end{array} \right)$$

et, en éliminant la colonne et la ligne correspondant à ρ_{ii}^k de chaque matrice des LMIs définis en (5).

Preuve :

Soient $\dot{\tilde{x}}_i = [x_i \ \dot{x}_i]^T$ les vecteurs d'états étendus pour $i=1, \dots, n$. Le système descripteur T-S décentralisé en boucle fermée décrit par (1) peut être réécrit, avec les notations définies précédemment, sous la forme étendue :

Pour $i=1, \dots, n$,

$$\tilde{E} \dot{\tilde{x}}_i = \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq i}}^n (\tilde{A}_i^{vhh} \tilde{x}_i + \tilde{F}_{i\alpha}^h \tilde{x}_\alpha) \quad (6)$$

$$\text{avec } \tilde{E} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{A}_i^{vhh} = \frac{1}{n-1} \begin{bmatrix} 0 & I \\ A_i^h + B_i^h K_i^{vh} X_{i1}^{-1} & -E_i^v \end{bmatrix} \text{ et}$$

$$\tilde{F}_{i\alpha}^h = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ F_{i\alpha}^h & 0 \end{bmatrix}.$$

Soit une fonction candidate de Lyapunov donnée par :

$$V(t) = \sum_{i=1}^n V_i(x_i(t)) \geq 0 \quad (7)$$

avec

$$V_i(x_i(t)) = \tilde{x}_i^T(t) \tilde{E} (\tilde{X}_i^{hh})^{-1} \tilde{x}_i(t) \geq 0 \quad (8)$$

et, pour $i=1, \dots, n$, $j=1, \dots, l_i$, $k=1, \dots, r_i$, $s=1, \dots, r_i$:

$$\tilde{E} (\tilde{X}_i^{hh})^{-1} = (\tilde{X}_i^{hh})^{-T} \tilde{E} \geq 0 \quad (9)$$

La condition (9) conduit naturellement au conditionnement

$$\text{de la matrice de Lyapunov tel que : } \tilde{X}_i^{hh} = \begin{bmatrix} X_{i1} & 0 \\ X_{i3}^{hh} & X_{i4}^{hh} \end{bmatrix}$$

avec $X_{i1} = (X_{i1})^T > 0$ commune à chaque sous système S_i .

Le système descripteur T-S décentralisé en boucle fermée (2) est stable si :

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^n \left(\tilde{x}_i^T \tilde{E} (\tilde{X}_i^{hh})^{-1} \tilde{x}_i + \tilde{x}_i^T \tilde{E} (\tilde{X}_i^{hh})^{-1} \dot{\tilde{x}}_i \right) < 0 \quad (10)$$

cela revient en utilisant (6) à :

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq i}}^n \left(\tilde{x}_i^T \left((\tilde{A}_i^{vhh})^T (\tilde{X}_i^{hh})^{-1} + (\tilde{X}_i^{hh})^{-T} \tilde{A}_i^{vhh} \right) \tilde{x}_i \right. \\ \left. + \tilde{x}_\alpha^T (\tilde{F}_{i\alpha}^h)^T (\tilde{X}_i^{hh})^{-1} \tilde{x}_i + \tilde{x}_i^T (\tilde{X}_i^{hh})^{-T} \tilde{F}_{i\alpha}^h \tilde{x}_\alpha \right. \\ \left. + \tilde{x}_i^T \tilde{E} (\tilde{X}_i^{hh})^{-1} \dot{\tilde{x}}_i \right) < 0 \quad (11)$$

En utilisant (4), (11) est vérifié si :

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq i}}^n \left(\tilde{x}_i^T \left((\tilde{A}_i^{vhh})^T (\tilde{X}_i^{hh})^{-1} + (\tilde{X}_i^{hh})^{-T} \tilde{A}_i^{vhh} \right. \right. \\ \left. \left. + (\tau_{i\alpha}^h)^{-1} (\tilde{X}_i^{hh})^{-T} \tilde{F}_{i\alpha}^h (\tilde{F}_{i\alpha}^h)^T (\tilde{X}_i^{hh})^{-1} \right. \right. \\ \left. \left. + \tilde{E} (\tilde{X}_i^{hh})^{-1} \right) \tilde{x}_i \right) < 0 \quad (12)$$

On suppose que $\tau_{ii}^h = 0$, de ce fait on peut écrire :

$$\sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq i}}^n \tau_{i\alpha}^h \tilde{x}_\alpha^T \tilde{x}_\alpha = \sum_{p=1}^n \tau_{ip}^h \tilde{x}_p^T \tilde{x}_p$$

Ainsi, (12) est vérifiée si :

$$\sum_{i=1}^n \tilde{x}_i^T \left((n-1) \left((\tilde{A}_i^{vhh})^T (\tilde{X}_i^{hh})^{-1} + (\tilde{X}_i^{hh})^{-T} \tilde{A}_i^{vhh} \right) \right. \\ \left. + (\tilde{X}_i^{hh})^{-T} \left(\sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq i}}^n (\tau_{i\alpha}^h)^{-1} \tilde{F}_{i\alpha}^h (\tilde{F}_{i\alpha}^h)^T \right) (\tilde{X}_i^{hh})^{-1} \right. \\ \left. + (n-1) \tilde{E} (\tilde{X}_i^{hh})^{-1} \right) \tilde{x}_i \\ + \sum_{p=1}^n \tilde{x}_p^T \left(\sum_{i=1}^n \tau_{ip}^h \right) \tilde{x}_p < 0 \quad (13)$$

L'inégalité (13) peut se réécrire sous la forme :

$$\sum_{i=1}^n \tilde{x}_i^T \left((n-1) \left((\tilde{A}_i^{vhh})^T (\tilde{X}_i^{hh})^{-1} + (\tilde{X}_i^{hh})^{-T} \tilde{A}_i^{vhh} \right) \right. \\ \left. + (\tilde{X}_i^{hh})^{-T} \left(\sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq i}}^n (\tau_{i\alpha}^h)^{-1} \tilde{F}_{i\alpha}^h (\tilde{F}_{i\alpha}^h)^T \right) (\tilde{X}_i^{hh})^{-1} \right. \\ \left. + \left(\sum_{p=1}^n \tau_{pi}^h I \right) + (n-1) \tilde{E} (\tilde{X}_i^{hh})^{-1} \right) \tilde{x}_i < 0 \quad (14)$$

Ainsi, l'inégalité (14) est vérifiée, si

Pour tout $i=1, \dots, n$:

$$(n-1) \left((\tilde{A}_i^{vhh})^T (\tilde{X}_i^{hh})^{-1} + (\tilde{X}_i^{hh})^{-T} \tilde{A}_i^{vhh} + \tilde{E} (\tilde{X}_i^{hh})^{-1} \right) \\ + (\tilde{X}_i^{hh})^{-T} \left(\sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq i}}^n (\tau_{i\alpha}^h)^{-1} \tilde{F}_{i\alpha}^h (\tilde{F}_{i\alpha}^h)^T \right) (\tilde{X}_i^{hh})^{-1} + \left(\sum_{p=1}^n \tau_{pi}^h I \right) < 0 \quad (15)$$

En multipliant respectivement à gauche et à droite par $(\tilde{X}_i^{hh})^T$ et \tilde{X}_i^{vhh} , l'inégalité (15) peut se réécrire tel que :

Pour $i = 1, \dots, n$:

$$(n-1) \left((\tilde{X}_i^{hh})^T (\tilde{A}_i^{vhh})^T + \tilde{A}_i^{vhh} \tilde{X}_i^{hh} + \tilde{E} (\tilde{X}_i^{hh})^T \overline{(\tilde{X}_i^{hh})^{-1}} \tilde{X}_i^{hh} \right) + \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq i}}^n (\tau_{i\alpha}^h)^{-1} \tilde{F}_{i\alpha}^h (\tilde{F}_{i\alpha}^h)^T + (\tilde{X}_i^{hh})^T \left(\sum_{p=1}^n \tau_{pi}^h \right) \tilde{X}_i^{hh} < 0 \quad (16)$$

Notons que $-\overline{(\tilde{X}_i^{hh})^{-1}} = (\tilde{X}_i^{hh})^{-1} \dot{\tilde{X}}_i^{hh} (\tilde{X}_i^{hh})^{-1}$, voir par exemple [9], (16) peut être réécrite sous la forme :

Pour $i = 1, \dots, n$:

$$(n-1) \left((\tilde{X}_i^{hh})^T (\tilde{A}_i^{vhh})^T + \tilde{A}_i^{vhh} \tilde{X}_i^{hh} - \tilde{E} \dot{\tilde{X}}_i^{hh} \right) + \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq i}}^n (\tau_{i\alpha}^h)^{-1} \tilde{F}_{i\alpha}^h (\tilde{F}_{i\alpha}^h)^T + (\tilde{X}_i^{hh})^T \left(\sum_{p=1}^n \tau_{pi}^h \right) \tilde{X}_i^{hh} < 0 \quad (17)$$

On remarque que, puisque X_{i1} est choisie commune pour chaque sous système S_i , le terme $\tilde{E} \dot{\tilde{X}}_i^{hh}$ est nul. On rappelle que $\tau_{ii}^h = 0$. En appliquant le complément de Schur, (17) devient :

Pour tout $i = 1, \dots, n$:

$$\left(\begin{array}{c|ccc} \psi_i^{vhh} & & & (*) \\ \hline \tilde{X}_i^{hh} & -(\tau_{i\alpha}^h)^{-1} I & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & -(\tau_{i\alpha}^h)^{-1} I & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \tilde{X}_i^{hh} & 0 & \dots & 0 & -(\tau_{i\alpha}^h)^{-1} I \end{array} \right) < 0 \quad (18)$$

avec

$$\psi_i^{vhh} = (n-1) \left((\tilde{X}_i^{hh})^T (\tilde{A}_i^{vhh})^T + \tilde{A}_i^{vhh} \tilde{X}_i^{hh} \right) + \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq i}}^n (\tau_{i\alpha}^h)^{-1} \tilde{F}_{i\alpha}^h (\tilde{F}_{i\alpha}^h)^T < 0 \quad (19)$$

Tout en enlevant la ligne et la colonne correspondant à τ_{ii}^h de chacune des inégalités définies par (18).

L'inégalité (19) peut être réécrite dans sa forme étendue avec les matrices définies en (6) telle que :

$$\psi_i^{vhh} = \left(\begin{array}{c|c} (X_{i3}^{hh})^T + X_{i3}^{hh} & (*) \\ \hline (X_{i4}^{hh})^T + A_i^h X_{i1} \\ + B_i^h K_i^{vh} - E_i^v X_{i3}^{hh} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} -(X_{i4}^{hh})^T E_i^{vT} - E_i^v X_{i4}^{hh} \\ + \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq i}}^n (\tau_{i\alpha}^h)^{-1} F_{i\alpha}^h (F_{i\alpha}^h)^T \end{array} \right) \quad (20)$$

Finalement, on effectue le changement de variable $\rho_{i\alpha}^k = (\tau_{i\alpha}^k)^{-1}$ avec $\alpha \neq i$ et l'on abouti aux conditions LMI proposées au théorème 1. ■

4. Exemple numérique

Afin de démontrer l'efficacité de l'approche développée ci-dessus, on considère le système S composé de deux sous-systèmes S_1 et S_2 donnés par :

$$S_1 : \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^2 v_1^j(x_1(t)) E_1^j \dot{x}_1(t) \\ = \sum_{k=1}^2 h_1^k(x_1(t)) \{ A_1^k x_1(t) + B_1^k u_1(t) + F_{12}^k x_2(t) \} \end{array} \right\} \quad (21)$$

$$\text{avec } E_1^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, E_1^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, A_1^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.839 & -0.73 \end{bmatrix}, A_1^2 = \begin{bmatrix} -0.73 & 1 \\ 0.839 & -0.73 \end{bmatrix}, B_1^1 = \begin{bmatrix} 0.47 \\ 1.263 \end{bmatrix}, B_1^2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.263 \end{bmatrix}, F_{12}^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.1 & 0 \end{bmatrix}, F_{12}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.2 & 0 \end{bmatrix} \text{ et les fonctions}$$

d'appartenance $v_1^1(x_1(t)) = \cos^2(x_{11}(t))$,

$v_1^2(x_1(t)) = \sin^2(x_{11}(t))$, $h_1^1(x_1(t)) = \sin^2(x_{11}(t))$

et $h_1^2(x_1(t)) = \cos^2(x_{11}(t))$.

$$S_2 : \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^2 v_2^j(x_2(t)) E_2^j \dot{x}_2(t) \\ = \sum_{k=1}^2 h_2^k(x_2(t)) \{ A_2^k x_2(t) + B_2^k u_2(t) + F_{21}^k x_1(t) \} \end{array} \right\} \quad (22)$$

$$\text{avec } E_2^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, E_2^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, A_2^1 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0.839 & -0.93 \end{bmatrix}, A_2^2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0.931 \end{bmatrix}, B_2^1 = \begin{bmatrix} 0.47 \\ 0.4 \end{bmatrix}, B_2^2 = \begin{bmatrix} 0.47 \\ 0.8 \end{bmatrix}, F_{21}^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.3 & 0 \end{bmatrix}, F_{21}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix} \text{ et les fonctions}$$

d'appartenance $v_2^1(x_2(t)) = \cos^2(x_{21}(t))$,

$v_2^2(x_2(t)) = \sin^2(x_{21}(t))$, $h_2^1(x_2(t)) = \sin^2(x_{21}(t))$ et

$h_2^2(x_2(t)) = \cos^2(x_{21}(t))$.

La synthèse des lois de commande PDC décentralisées est réalisée par la résolution du théorème 1 à l'aide de la LMI Control Toolbox de Matlab. Le résultat est donné par les scalaires et les matrices suivants :

$$\rho_{12}^1 = 33.6574, \quad \rho_{12}^2 = 33.6574, \quad \rho_{21}^1 = 31.7767, \quad \rho_{21}^2 = 29.4103, \quad X_{11} = \begin{bmatrix} 9.0663 & -3.9758 \\ -3.9758 & 3.1366 \end{bmatrix},$$

$$X_{21} = \begin{bmatrix} 9.7584 & -3.6790 \\ -3.6790 & 3.7428 \end{bmatrix}, \quad K_1^{11} = [-5.3775 \quad -8.0881],$$

$$K_1^{12} = [-1.9931 \quad -9.9280], \quad K_1^{21} = [-3.4877 \quad -11.3587],$$

$$K_1^{22} = [-1.2986 \quad -13.3339], \quad K_2^{11} = [-9.7975 \quad -26.6441],$$

$$K_2^{12} = [-0.2273 \quad -32.3822], \quad K_2^{21} = [-7.3477 \quad -26.1544]$$

et $K_2^{22} = [1.9413 \quad -31.8932]$.

La Figure 1. présente le comportement dynamique de chaque sous-système et l'évolution des signaux de commande en boucle fermée pour les conditions initiales $x_1(0) = [-1 \quad 1]^T$ et $x_2(0) = [-2 \quad 1]^T$.

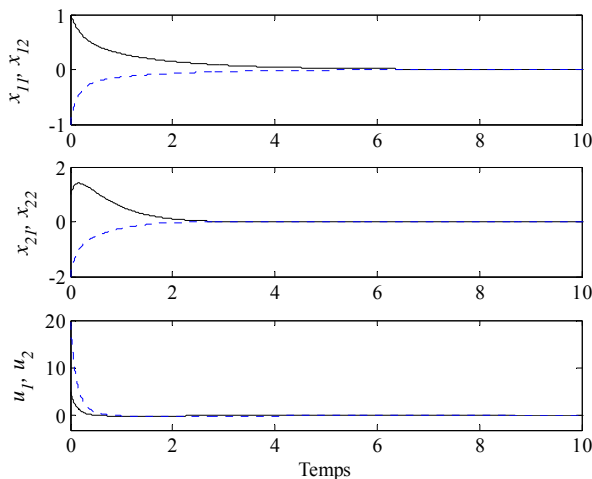


Figure 1. Réponse du système décentralisé et l'évolution des signaux de commande en boucle fermée. (x_{11}, x_{21}, u_1) solide, (x_{12}, x_{22}, u_2) pointillé.

5. Conclusion

Dans cet article, une méthodologie de synthèse de lois de commande décentralisées pour la classe des descripteurs de type T-S a été proposée. Basée sur une fonction candidate floue de Lyapunov, les conditions garantissant la stabilisation en boucle fermée ont été écrites sous forme de LMI. Enfin un exemple numérique a permis d'illustrer l'efficacité de l'approche proposée.

Remerciements

Les auteurs souhaitent remercier le GIS 3SGS dans le cadre du projet COSMOS, la région Champagne-Ardenne dans le cadre du CPER MOSYP et l'Ambassade de France en Tunisie pour leur soutien financier dans le cadre de cette étude.

Références

[1] T. Takagi, M. Sugeno, Fuzzy identification of systems and its application to modelling and control. IEEE Trans. Syst., Man and Cyber, Vol.1115, pp. 116-132, 1985

[2] W.W. Lin, W.J. Wang, S.H. Yang, "A novel stabilization criterion for large-scale T-S fuzzy systems", IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics—Part B, 37(4):1074–1079, 2007.

[3] W-W. Lin, W-J. Wang, S-H. Yang, Y-J. Chen, Stabilization for Large-Scale Fuzzy Systems by Decentralized Fuzzy Control, IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Taiwan, 795 – 799, 2006.

[4] W.J. Wang, W.W. Lin, Decentralized PDC for Large Scale TS Fuzzy System, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol.8, No.4, 779-786, 2005.

[5] M. Akar, Ü. Özgüner, Decentralized Techniques for the Analysis and Control of Takagi-Sugeno Fuzzy Systems, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 8, No. 6, 691-704, 2000.

[6] C-S. Tseng, B-S. Chen, H_∞ Decentralized Fuzzy Model Reference Tracking Control Design for Nonlinear Interconnected Systems, IEEE Transactions on fuzzy systems, Vol. 9, No. 6, 795-809, 2001.

[7] Y. Wang, Q.L. Zhang, Robust Fuzzy Decentralized Control for Nonlinear Interconnected Descriptor Systems, IEEE International Fuzzy Systems Conference, Australia, 2001.

[8] L. Dai, Singular control systems, Springer, Berlin, 1989.

[9] D. Jabri, K. Guelton, N. Manamanni, M. Abdelkrim, Fuzzy Lyapunov Decentralized Control of Takagi-Sugeno Interconnected Descriptors, IEEE Symposium Series on Computational Intelligence/Symposium on Computational Intelligence in Control and Automation, USA, 2009.

[10] K. Zhou, P. Khargonekar, Robust Stabilization of linear systems with norm-bounded time-varying uncertainty, Sys. Control Letters, 10, pp. 17-20, 1988.